

# 离心脉冲静电固气分离非线性问题的研究\*

李济吾 蔡伟建

杭州商学院食品生物与环境工程学院, 杭州 310035

**摘要** 分析了离心脉冲静电固气分离机理, 建立了离心脉冲静电固气分离颗粒非线性运动微分方程, 利用数学原理与混沌理论求出了颗粒分割粒径的数学计算公式, 并经实验验证.

**关键词** 离心脉冲静电 固气分离 非线性问题 分割粒径

离心脉冲静电固气分离技术是一项崭新的技术, 其基本思想是在旋风除尘器中加高压脉冲静电场, 当含固体颗粒气流通过时, 颗粒受到离心力和脉冲静电力等复合作用而分离<sup>[1,2]</sup>, 达到除尘的目的. 它被广泛应用于化工、冶金、电力、环保等行业, 具有广阔的应用前景. 离心脉冲静电固气分离是一个非线性问题. 分割粒径是评价其性能的重要指标之一, 除尘器的分割粒径愈小, 表示其分离下来的粉尘粒径愈小, 说明除尘器的性能愈好, 因此求解分割粒径是一项重要工作, 对除尘工艺设计有重要意义. 目前国内对旋风除尘器的分割粒径研究较多<sup>[3~12]</sup>, 而对离心脉冲静电固气分离的分割粒径的研究尚未见报道. 本文通过理论分析和实验, 研究了离心脉冲静电固气分离颗粒非线性运动微分方程, 并利用数学原理与混沌理论求出了其颗粒分割粒径的数学计算公式.

## 1 数学描述

在离心脉冲静电固气除尘器内, 颗粒运动是一个非常复杂的过程. 大部分颗粒随着旋转气流运动而向壁面运动分离出来, 小部分颗粒由于粒径过小而被气流带走. 颗粒运动时, 在平面上受到离心力、脉冲静电力及运动阻力的综合作用, 如图1所示.

为了使问题简化, 根据以往的研究, 我们假设: (1) 忽略其他颗粒的影响, 认为粉尘是足够分散的. 这个假设在一般的含尘气流中是允许的; (2) 颗粒到达器壁上即被捕集分离, 不产生二次扬尘; (3) 颗粒的运动阻力服从 Stokes 定律; (4) 颗

粒为球形, 运动不改变速度场的分布.

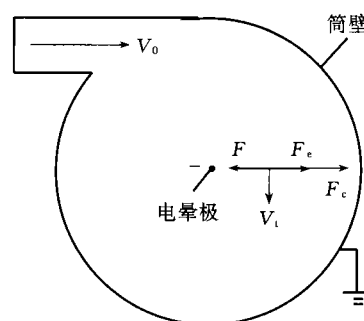


图1 颗粒运动受力示意图

在旋风脉冲静电除尘器内颗粒随气流作旋转运动时, 同时受到离心力  $F_c$  和静电力  $F_e$  的作用, 颗粒沿径向向外壁移动. 颗粒所受的静电力  $F_e$  为

$$F_e = q_{es}E, \quad (1)$$

所受的离心力为

$$F_c = M \frac{v_t^2}{r}, \quad (2)$$

式中  $E$  为基础直流电场强度;  $v_t$  为尘粒作旋转运动时的切向速度;  $M$  为颗粒的质量,  $M = \pi d_p^3 \rho / 6$ ;  $\rho$  为颗粒的密度;  $r$  为颗粒旋转半径;  $d_p$  为颗粒的粒径;  $\epsilon_r$  为粉尘的相对介电常数, 对滑石粉  $\epsilon_r = 3$ ;  $\epsilon_0$  为真空中介电常数,  $8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ ;  $E_p$  为脉冲电场强度;  $q_{es}$  为颗粒的荷电量,  $q_{es}$  与

2002-01-04 收稿, 2002-02-04 收修改稿

\* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 50064002)

粒粒径、电场强度及停留时间有关。

粉尘颗粒的荷电包括场致荷电和扩散荷电,对于粒径大于  $0.5\ \mu\text{m}$  的粉尘,场致荷电是主要的。由于实验粉尘的粒径绝大部分大于  $0.5\ \mu\text{m}$ ,因此只考虑场致荷电。对于场致荷电,粉尘进入除尘器电场后只需极短的时间( $0.1\sim 1\text{s}$ )内可获得饱和电荷的99%,因此可认为粉尘获得了饱和电荷,可由公式<sup>[3]</sup>

$$q_{es} = \frac{3\epsilon_r}{\epsilon_r + 2} \pi \epsilon_0 d^2 p E_p.$$

颗粒在离心力与电场力同时作用下向壁面运动,当颗粒在气流中相对运动的 Reynolds 数  $Re < 1$  时,微细颗粒受到的阻力

$$F = 3\pi\mu d_p(\omega - \omega_r). \quad (3)$$

式中  $\omega$  为颗粒作旋转运动时的径向速度;  $\mu$  为空气的动力黏度,  $20^\circ\text{C}$  时为  $1.82 \times 10^{-5}\ \text{Pa}\cdot\text{s}$ ;  $\omega_r$  为气流运动径向速度。

根据牛顿第二定律,可得旋风脉冲静电除尘器内径向颗粒运动微分方程为<sup>[1,2]</sup>

$$q_{es}E + M \frac{v_t^2}{r} - 3\pi\mu d_p(\omega - \omega_r) = M \frac{d\omega}{dt}. \quad (4)$$

由径向速度定义:  $\omega = \frac{dr}{dt} = \dot{r}$ , 则  $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} = \ddot{r}$ 。

对于除尘器内部任一点的速度分布为:  $v_t r^n = v_0 R_0^n = C$  (常数),  $v_0$  为除尘器入口颗粒的切向速度;  $R_0$  为筒体直径;  $n$  为试验系数,一般在  $0.3\sim 0.6$  左右。将  $v_t = C/r^n$  代入(4)式,得到

$$\ddot{r} = \frac{Eq_{es}}{M} + \frac{c^2}{r^{2n+1}} - \frac{3\pi\mu d_p}{M}(\dot{r} - \omega_r), \quad (5)$$

由(5)式可知,颗粒运动微分方程是非线性的,直接求解非常困难。下面应用混沌理论求解。

## 2 分割粒径的数学解

### 2.1 颗粒分离平衡点与平衡柱面<sup>[13]</sup>

令  $\dot{r} = y$ , 将方程(5)变为自治方程

$$\begin{cases} \dot{r} = y = F(r, y) \\ \dot{y} = \ddot{r} = \frac{Eq_{es}}{M} + \frac{c^2}{r^{2n+1}} - \frac{3\pi\mu d_p}{M}(y - \omega_r) = G(r, y). \end{cases} \quad (6)$$

当速度  $\dot{r}$ 、加速度  $\ddot{r}$  为零时,颗粒将处于静止状态,记此时的相坐标为  $(r_0, y_0)$ , 此点称为平衡点。将平衡点所在的圆柱面称为平衡柱面(假想柱面)。从物理意义上讲,在平衡点  $(r_0, y_0)$ , 颗粒所受到的离心力与脉冲静电力之和等于其运动阻力。在平衡柱面上,气流径向平均速度  $\omega_0$  为

$$\omega_0 = Q/[2\pi r_0(H - S)].$$

式中  $Q$  为处理风量,  $\text{m}^3/\text{s}$ ;  $H$  为除尘器筒体高度,对于本模型  $H = 1.75\ \text{m}$ ;  $S$  为排气管插入深度,为  $0.25\ \text{m}$ ;  $r_0$  为平衡柱面的半径。这时可以将  $r = r_0$ ,  $\dot{r} = 0$ ,  $\ddot{r} = 0$ ,  $\omega_r = \omega_0$ , 代入(6)式,化简得

$$\frac{3\epsilon_r\epsilon_0 E E_p d_p r_0^{2n+1}}{\epsilon_r + 2} + \frac{d_p^2 \rho R_0^{2n} v_0^2}{3} - \frac{1.5\mu Q r_0^{2n}}{\pi(H - S)} = 0. \quad (7)$$

(7)式中,在模型几何参数确定,供电参数及处理气体流量均一定的条件下,  $r_0$  与颗粒的粒径  $d_p$  有关,说明对于不同的粒径,其  $r_0$  是不同的。

### 2.2 分割粒径计算公式推导

在旋风除尘器中,分割粒径定义是指当分离效率达到50%时,相应的颗粒直径。这个定义也适合离心脉冲静电固气分离。在离心脉冲静电固气分离中,对处于平衡点  $(r_0, y_0)$  的颗粒,有两种可能的运动方向:一是向筒壁运动而从气流中分离,二是向柱轴心运动而被气流带走,它的分离概率为50%,也就是50%的分离效率,这时颗粒的直径即为分割粒径  $d_{p50}$ 。

由于物理系统中的平衡点相当于相平面的平衡点(奇点),奇点可看作是未被扰动的状态。如果给系统以小小的扰动  $\delta_r$  和  $\delta_y$ , 使其离开平衡点  $r_0, y_0$ 。令(6)式的解为

$$r = r_0 + \delta_r, y = y_0 + \delta_y, \quad (8)$$

将(8)式代入(6)式,并将其右端按 Taylor 展开至线性项,得到

$$\begin{cases} \delta\dot{r} = \frac{\partial F}{\partial r} \delta r + \frac{\partial F}{\partial y} \delta y, \\ \delta\dot{y} = \frac{\partial G}{\partial r} \delta r + \frac{\partial G}{\partial y} \delta y, \end{cases}$$

写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{r} \\ \delta \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial r} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial r} & \frac{\partial G}{\partial y} \end{bmatrix}_{(r_0, y_0)} \cdot \begin{bmatrix} \delta r \\ \delta y \end{bmatrix}, \quad (9)$$

(9)式是扰动量  $\delta r$  和  $\delta y$  的线性方程组。又令

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial r} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial r} & \frac{\partial G}{\partial y} \end{bmatrix}_{(r_0, y_0)}$$

$\mathbf{J}$  为 Jacobi 矩阵。线性方程组(9)的解有  $e^{\lambda t}$  的形态, 其中  $\lambda$  为 Jacobi 矩阵  $\mathbf{J}$  的特征值。设(9)式的非零特解为  $\delta r = a_1 e^{\lambda t}$  和  $\delta y = a_2 e^{\lambda t}$ , 将其代入(9)式, 得

$$\begin{bmatrix} \lambda \delta r \\ \lambda \delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial r} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial r} & \frac{\partial G}{\partial y} \end{bmatrix}_{(r_0, y_0)} \cdot \begin{bmatrix} \delta r \\ \delta y \end{bmatrix}, \quad (10)$$

求 Jacobi 矩阵  $\mathbf{J}$  的特征值  $\lambda$  的特征方程为  $|\mathbf{J} - \lambda \mathbf{E}| = 0$ ,  $\mathbf{E}$  为单位矩阵。由行列式的运算, 得

$$\lambda^2 - T\lambda + D = 0. \quad (11)$$

此处,

$$T = \left( \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial G}{\partial y} \right)_{(r_0, y_0)} = -\frac{18\mu}{\rho d p^2},$$

$$D = \left( \frac{\partial F}{\partial r} \frac{\partial G}{\partial y} - \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial G}{\partial r} \right)_{(r_0, y_0)} = \frac{2n+1}{r_0^{2n+2}} c^2,$$

由此知,  $T < 0, D > 0$ 。(11)式的解为

$$\lambda_{1,2} = \frac{T \pm \sqrt{T^2 - 4D}}{2},$$

若  $T^2 - 4D > 0$ , 则其解接近平衡点, 是稳定结点。这说明, 若  $T^2 - 4D > 0$ , 在相平面上存在一个平衡点, 此时颗粒直径即为分割直径  $d_{p50}$ 。由  $T^2 - 4D = 0$ , 得到

$$\frac{9\mu}{\rho d p^2} = \pm \frac{c \sqrt{2n+1}}{r_0^{n+1}}, \quad (12)$$

由(7)式与(12), 消除公式中参数  $r_0$ , 并  $d_p$  用  $d_{pc50}$  代替, 化简得分割粒径计算公式

$$k_1 d_{pc50}^{\frac{3n+1}{n+1}} - k_2 d_{pc50}^{\frac{2n-2}{n+1}} + k_3 = 0, \quad (13)$$

此处,

$$k_1 = \frac{3\epsilon_r \epsilon_0 E E_p}{\epsilon_r + 2} \left( \frac{v_0 R_0^n \rho \sqrt{2n+1}}{9\mu} \right)^{\frac{2n+1}{n+1}},$$

$$k_2 = \frac{1.5\mu Q}{\pi(H-S)} \left( \frac{v_0 R_0^n \rho \sqrt{2n+1}}{9\mu} \right)^{\frac{2n}{n+1}},$$

$$k_3 = \frac{\rho R_0^{2n} v_0^2}{3},$$

(13)式中符号意义同前。由此式可知, 分割粒径与入口风速  $v_0$ 、筒体半径  $R_0$ 、供电参数  $E$  与  $E_p$ 、粉尘性质及气流性质等密切相关。在模型几何参数、供电参数及处理气体流量等一定的条件下, (13)式是一个简单一元非线性方程, 可以利用牛顿法求出其解。

### 3 实验验证

在实验室建立了一套除尘模型实验装置<sup>[2]</sup>, 模型为圆筒形, 直径为 400 mm。实验粉尘为滑石粉, 其真密度测定为 2500 kg/m<sup>3</sup>, 比电阻为 8.06 × 10<sup>8</sup> Ω·cm。工作直流电压为 80 kV, 脉冲电源<sup>[14,15]</sup>的主要参数: 脉冲幅值是基础直流电压的 1.5~3 倍, 且可调, 实验时取 2.0 倍; 脉冲宽度为 10~100 μs; 脉冲重复频率为 50~100 pps。在不同风速下 ( $v_0 = 6.97, 10.3, 14.4$  m/s), 实验得到其分级效率, 由分级效率回归方程, 可计算分级效率为 50% 时的分割粒径  $d_{pc50}$  如表 1 所示。将实验得到  $n = 0.4, E = 4.0 \times 10^5$  V/m,  $E_p = 2.0 E$ , 代入(13), 可得出理论分割粒径  $d_{pc50}$  如表 1。从表中可看出, 两者比较吻合, 说明(13)式是正确的。

表 1 实验与理论分割粒径结果表

$v_0/\text{ms}^{-1}$	$Q/\text{m}^3\text{s}^{-1}$	分级效率回归方程	$d_{pc50} \times 10^{-6}/\text{m}$	
			实验	理论
6.97	0.167	$\eta_i = 1 - \exp(-1.136 d_c^{0.4761})$	0.354	0.321
10.3	0.247	$\eta_i = 1 - \exp(-1.172 d_c^{0.4031})$	0.272	0.254
14.4	0.35	$\eta_i = 1 - \exp(-1.413 d_c^{0.4542})$	0.210	0.227

## 参 考 文 献

- 1 Li J, et al. Study of solid-gas separation mechanism of cyclone with impulse electrostatic. In: Proceedings of The Fourth International Conference on Applied Electrostatics. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2001, 335
- 2 Li J, et al. Experiment study of the performance of cyclone impulse electrostatic precipitation. In: Proceedings of The Fourth International Conference on Applied Electrostatics, Dalian: Dalian University of Technology Press, 2001. 339
- 3 黄震,等.直流式电旋风除尘器模型的研究.东南大学学报, 1999, 26(5): 119
- 4 龚光彩,等.低阻电旋风除尘器性能研究.环境工程, 1993, 12(6): 28
- 5 Plucinski J, et al. Collection of aerosol particles in a cyclone with an external electric. Journal of Aerosol Science, 1989, 20(6): 695
- 6 Dietz P W. Electrostatically enhanced cyclone separators. Power Technology, 1982, 31(2): 221
- 7 许德玄,等.静电旋风除尘技术机理的现场试验.环境科学, 1997, 18(6): 36
- 8 Vedernikov V B. Optimization of cyclone design. Theoretical Foundations of Chemical Engineering, 1990, 24(1): 82
- 9 Fraser S M, et al. Computational and experimental investigations in cyclone dust separator. Journal of Process Mechanical Engineering, 1997, 211(E4): 247
- 10 李少岩.集尘技术新方向.通风除尘, 1990, 6(2): 23
- 11 茅清希.气-固两相流旋转流中颗粒的运动和分离.通风除尘, 1987, (4): 1
- 12 史钟璋,等.静电旋风除尘器除尘机理的探讨.通风除尘, 1994, 10(3): 36
- 13 黄润生.混沌及其应用.武汉:武汉大学出版社, 2000. 31
- 14 李济吾,等.电除尘器用高压脉冲电源及其应用.见:中国青年学者论环境.北京:中国环境科学出版社. 1997. 397
- 15 Li J, et al. Theory and application of a pulse source for electrostatic precipitations. In: Proceedings of The Fourth International Conference on Applied Electrostatics. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2001. 589

## 国家自然科学基金研究成果专著

《农业产业化经营的组织方式和运行机制》牛若峰,等 编著  
北京大学出版社 定价: 18.00 元



本书是作者多年对国内外农业产业化经营跟踪研究的重要成果,同时也是国家自然科学基金会资助项目优秀成果的转化.该书内容丰富,从考察中国农业产业化经营缘起背景和条件、农业产业化经营的组织方式,到分析农业产业化经营的经济学本质和运行机制,层层展开,提出富有见地的理论思想;而且从微观和宏观两个方面深入探讨了农业产业化经营的发展问题,如实施步趋、演进方向、政策与策略.并有大量案例分析和国际经验与启示.

本书的思想观点对于正确理解、科学指导、稳步发展中国的农业产业化经营具有现实意义.本书的主要研究成果荣获1999年度农业部科技进步三等奖.